

Ad-Soyad :  
Numara :

**Dönüşümler ve Geometrilere Bütünleme Sınavı Soruları**

**22.01.2020**

1)  $R \dots \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{y}{2} \\ y' = \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}y \end{cases}$  dönmesi ve  $T \dots \begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y - 5 \end{cases}$  ötelemesi veriliyor.

a)  $RT=?$       b)  $TR=?$

2)  $A \dots \begin{cases} x' = -x + y + 2 \\ y' = -2x + 3y + 1 \end{cases}$  dönüşümü veriliyor.

a) A bir hareket midir?

b) Hareket ise cinsini (karşıt hareket, direkt hareket) ve türünü (öteleme, dönme, yansıma, ötelemeli yansıma) belirleyiniz.

3) k pozitif bir reel sayı olmak üzere  $R \dots \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$  şeklinde radyal dönüşümlerin kümesinin

bileşke işlemine göre değişmeli grup olduğunu gösteriniz.

4)  $A \dots \begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = -x + y + 2 \end{cases}$  dönüşümü veriliyor.

a) A bir afin dönüşüm müdür?

b) Varsa A'nın tersini bulunuz.

5)  $d_1 \dots x + y + 1 = 0$  doğrusunun  $d_2 \dots x + 2y + 2 = 0$  doğrusu üzerine paralel izdüşümünde

$A(-1,0)$  noktasının resmi  $A'(-2,0)$  noktası ise

a)  $B(3,-4)$  noktasının resmini,

b) izdüşümün sabit noktasını bulunuz.

**NOT: Süre 90 dakikadır.**

**Başarılar dilerim.**

$$1) a) RT \dots \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}(x+2) - \frac{y-5}{2} \\ y' = \frac{x+2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}(y-5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow RT \dots \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{y}{2} + \sqrt{3} + \frac{5}{2} \\ y' = \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 - \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$b) TR \dots \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{y}{2} + 2 \\ y' = \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 5 \end{cases}$$

$$2) a) \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -3 + 2 = -1 \Rightarrow A \text{ bir hareketlidir.}$$

b)  $\Delta = -1 \Rightarrow A$  tersit hareketlidir. Sabit nokta var ise yansıma, yok ise öteleneli yansımadır.

$$(x, y) \text{ sabit nokta ise } \begin{cases} x = -x + y + 2 \\ y = -2x + 3y + 1 \end{cases}$$

olur. Buradan  $\begin{cases} -2x + y + 2 = 0 \\ -2x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$  yazılır. Denklemler

düzenlenip işlem yapılırsa  $y = 1, x = \frac{3}{2}$  bulunur.  
 $(\frac{3}{2}, 1)$  sabit nokta olup  $A$  yansımadır.

3)  $G = \{ R \mid R \text{ bir radyal dönüşüm} \}$  olsun.

$\cdot I \dots \begin{cases} x' = x \\ y' = y \end{cases}$  özdeşlik dönüşümü  $k=1$  olan bir radyal dönüşüm olup  $I \in G$  dir ve  $G \neq \emptyset$  dir.

$\cdot R_1 \dots \begin{cases} x' = k_1 x \\ y' = k_1 y \end{cases}, R_2 \dots \begin{cases} x' = k_2 x \\ y' = k_2 y \end{cases}$  iki radyal dönüşüm

olmak üzere

$R_1, R_2 \dots \begin{cases} x' = k_1 k_2 x \\ y' = k_1 k_2 y \end{cases}$  olur.  $k_1, k_2 \in \mathbb{R}^+$  olduğundan

$k_1, k_2 \in \mathbb{R}^+$  dir ve  $R_1, R_2$  bir vektör dönüşümüdür. O halde,  $R_1, R_2 \in G$  için  $R_1, R_2 \in G$  olup  $G$  bileşke işleme göre kapalıdır.

Ayrıca  $R_2 R_1 \dots \begin{cases} x' = k_2 k_1 x \\ y' = k_2 k_1 y \end{cases}$  olduğundan

$R_1 R_2 = R_2 R_1$  olup bileşke işlemi değişmelidir.

$R \dots \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$  için  $R^{-1} \dots \begin{cases} x' = \frac{x}{k} \\ y' = \frac{y}{k} \end{cases}$   $k \in \mathbb{R}^+$  olduğundan

$\frac{1}{k} \in \mathbb{R}^+$  olup  $R^{-1} \in G$  dir. O halde,  $\forall R \in G$  için  $R^{-1} \in G$  vardır.

$G$  bir birimi  $I$  özdeşlik dönüşümüdür.

Fonksiyonlar bileşke işleme göre birleşimlidir olduğundan  $G$  de bileşke işleme göre birleşimlidir.

$\therefore G$ , değişmeli gruptur.

4) a)  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1+1 = 2 \neq 0 \Rightarrow A$  afin dönüşümdür.

b)  $\Delta \neq 0 \Rightarrow A^{-1}$  vardır

$$\begin{aligned} x' &= x + y + 1 \\ y' &= -x + y + 2 \end{aligned}$$

$$x' + y' = 2y + 3 \Rightarrow y = \frac{x'}{2} + \frac{y'}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} x' &= x + y + 1 \Rightarrow x = x' - y - 1 = x' - \frac{x'}{2} - \frac{y'}{2} + \frac{3}{2} - 1 \\ &= \frac{x'}{2} - \frac{y'}{2} + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A^{-1} \dots \begin{cases} x = \frac{x'}{2} - \frac{y'}{2} + \frac{1}{2} \\ y = \frac{x'}{2} + \frac{y'}{2} - \frac{3}{2} \end{cases}$$

5) a) B nin resmi  $B'(x, y)$  ise  $B$  ve  $B'$  den geçen doğrunun eğini  $A$  ve  $A'$  den geçen doğrunun eğinine eğit olacağından

$$\frac{y+h}{x-3} = \frac{0}{-1} = 0 \Rightarrow y = -h$$

$$B' \in d_2 \Rightarrow x+2y+2=0, y=-h \Rightarrow x=6 \Rightarrow B'(6, -4)$$

b) Sabit nokta analizi noktasıdır

$$-1/x+y+1=0$$

$$x+2y+2=0$$

$$\frac{x+2y+2=0}{y=-1, x=0} \Rightarrow (0, -1) \text{ sabit noktasıdır}$$